UNDERVISNINGS
MINISTERIET
KVALITETS- OG
TILSYNSSTYRELSEN

Matematik A

Studentereksamen

Fredag den 9. december 2011
kl. 9.00 - 14.00

stx113-MAT/A-09122011

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøven uden hjælpemidler består af opgave 1-6 med i alt 6 spørgsmål.
Delprøven med hjælpemidler består af opgave 7-14 med i alt 19 spørgsmål.

De 25 spørgsmål indgår med lige vægt i bedømmelsen.

Bedømmelsen af det skriftlige eksamenssæt

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen. Dette vurderes blandt andet ud fra kravene beskrevet i de følgende fem kategorier:

1. **TEKST**
   Besvarelsen skal indeholde en forbindende tekst fra start til slut, der giver en klar præsentation af, hvad den enkelte opgave og de enkelte delspørgsmål går ud på.

2. **NOTATION OG LAYOUT**
   Der kræves en hensigtsmæssig opstilling af besvarelsen i overensstemmelse med god matematisk skik, herunder en redegørelse for den matematiske notation, der indføres og anvendes, og som ikke kan henføres til standardviden.

3. **REDEGØRELSE OG DOKUMENTATION**
   Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte fremgangsmåde og dokumentation i form af et passende antal mellemregninger og/eller en matematisk forklaring på brugen af de forskellige faciliteter, som et værktøjsprogram tilbyder.

4. **FIGURER**
   I besvarelsen skal der indgå en hensigtsmæssig brug af figurer og illustrationer, og der skal være en tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

5. **KONKLUSION**
   Besvarelsen skal indeholde en afrunding af de forskellige spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og/eller med brug af almindelig matematisk notation.

Delprøven uden hjælpemidler

Kl. 09.00 – 10.00

Opgave 1 Reducér udtrykket $(a-b)^2+2a(a+b)-b^2$.

Opgave 2 I et koordinatsystem er to vektorer givet ved

$$\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\t\end{pmatrix} \text{ og } \vec{b}=\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix},$$

hvor t er et tal.

Bestem t, så vektorerne $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er ortogonale.

Opgave 3 I et koordinatsystem i rummet er en kugle givet ved ligningen

$$x^2-2x+y^2+6y+z^2+2z+2=0.$$

Bestem kuglens radius og koordinatsættet til dens centrum.

Opgave 4 Funktionen $f(x)=b\cdot a^x$ opfylder, at $f(3)=1$ og $f(6)=8$.

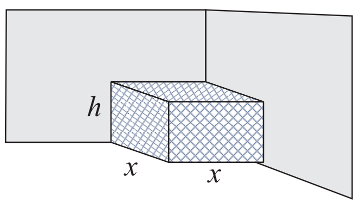
Bestem tallene a og b.

Opgave 5 En parabel er givet ved ligningen

$$y=x^2-2x-8.$$

Bestem koordinatsættet til parablens skæringspunkter med førsteaksen.

Opgave 6 I et hushjørne er der en indhegning til kaniner.
Indhegningen består af et kvadratisk tag og to rektangulære sider. Højden betegnes med h, og sidelængden i kvadratet betegnes med x (se figur).
Det oplyses, at rumfanget af indhegningen er 9 m^3.



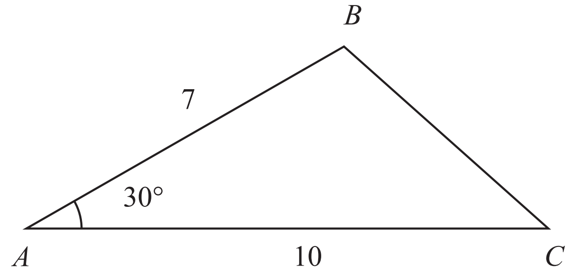
Bestem højden h udtrykt ved x. Bestem det samlede areal af de to rektangulære sider og det kvadratiske tag udtrykt ved x.

Besvarelsen afleveres kl. 10.00

Delprøven med hjælpemidler

Kl. 09.00 – 14.00

Opgave 7



I trekanten ABC er $|AC| = 10$, $|AB| = 7$ og $\angle A = 30°$.

a) Bestem $|BC|$.

På siden AC placeres punktet D, således at $|BD| = |BC|$.

b) Bestem arealet af trekant ABD.

Opgave 8 Ved genoptræning af en patient efter en korsbåndsoperation i knæet anvendes en maskine, som bøjer patientens knæ. I tabellen ses sammenhørende værdier af den vinkel, som knæet bøjes med, og den kraftpåvirkning, der registreres i det nye korsbånd.

Vinkel (grader)	20	40	60	80
Kraftpåvirkning (N)	0,035	0,063	0,085	0,10

I en model antages det, at kraftpåvirkningen i korsbåndet som funktion af vinklen er af typen

$$f(x) = b \cdot x^a, \quad 0 \le x \le 90,$$

hvor $f(x)$ betegner kraftpåvirkningen (målt i N) ved vinklen x (målt i grader).

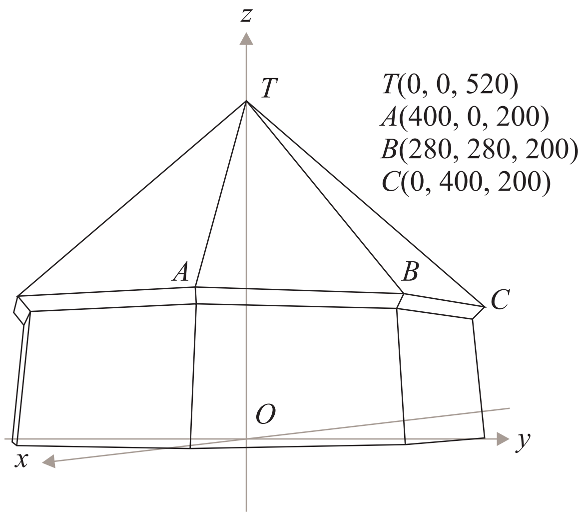
a) Bestem a og b.

b) Bestem kraftpåvirkningen i korsbåndet, når knæet bøjes med en vinkel på $45°$.

c) Bestem hvor meget kraftpåvirkningen øges, når vinklen øges med 30%.

Kilde: memagazine.asme.org

Opgave 9



På figuren ses en model af et ottekantet skur indtegnet i et koordinatsystem. Koordinatsættene til nogle af tagets hjørner er angivet på figuren.

a) Bestem en ligning for den plan α , der indeholder tagfladen ABT.

Det oplyses, at tagfladen BCT ligger i planen β med ligningen

$$12x + 28y + 35z = 18200 .$$

b) Bestem afstanden fra $O(0,0,0)$ til planen β .

c) Bestem vinklen mellem tagfladerne ABT og BCT.

Opgave 10 En funktion f er givet ved

$$f(x) = x^2 - 50\ln x \quad , \quad x > 0.$$

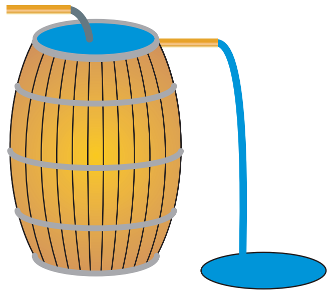
a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(3, f(3))$.

b) Bestem monotoniforholdene for f .

Det oplyses, at der netop er én værdi af x_0, således at linjen med ligningen $y = f'(x_0)\cdot x$ er en tangent til grafen for f.

c) Bestem denne værdi af x_0 .

Opgave 11 Fra et rør løber forurenet vand ned i en tønde med vand. Med $C(t)$ betegnes koncentrationen (målt i ppm) af det forurenende stof i tønden til tidspunktet t (målt i minutter). I en model antages det, at $C(t)$ er en løsning til differentialligningen



$$\frac{dC}{dt} = 0{,}4 - 0{,}02 \cdot C.$$

Det oplyses, at $C(0) = 0$.

a) Bestem en forskrift for $C(t)$.

b) Skitsér grafen for $C(t)$, og bestem det tidspunkt, hvor koncentrationen af det forurenende stof i tønden er 10 ppm.

c) Bestem $C'(15)$, og giv en fortolkning af dette tal.

Opgave 12 En funktion f er bestemt ved

$$f(x) = 3x + \frac{1}{x}, \quad x > 0.$$

Grafen for f og linjen med ligningen $y = 4$ afgrænser i første kvadrant en punktmængde M, der har et areal.

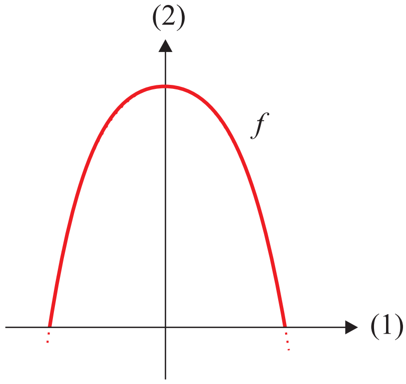
a) Bestem arealet af M.

b) Bestem rumfanget af det omdrejningslegeme, der fremkommer, når M drejes 360° om førsteaksen.

VEND!

Opgave 13 I St. Louis, Missouri, står Eero Saarinen's "The Gateway Arch" (se foto), som blev bygget i perioden 1963-65.

Foto: wikimedia.org(David K. Staub)



I en model, hvor alle enheder er målt i meter, følger buen den positive del af grafen for funktionen

$$f(x) = 211{,}4885 - 10{,}4801 \cdot (\mathrm{e}^{0{,}0329x} + \mathrm{e}^{-0{,}0329x}) .$$

a) Bestem buens bredde ved jordoverfladen.

Det oplyses, at buelængden af grafen for en differentiabel funktion f i et interval $[a;b]$ kan bestemmes ved

$$l = \int_a^b \sqrt{f'(x)^2 + 1}\, dx .$$

b) Bestem buens længde.

Kilde: Gateway to Mathematics Equations of the St. Louis Arch, Paul Calter, Nexus Network Journal, Springer, 2006.

Opgave 14 Grafen for en funktion f går gennem punktet $P(0,3)$. Funktionen f har den egenskab, at i ethvert punkt $(x, f(x))$ på grafen er tangentens hældningskoefficient proportional med $f(x)$. Proportionalitetskonstanten er $0{,}17$.

a) Bestem hældningskofficienten for tangenten til grafen for f i punktet P, og opstil en differentialligning, der har f som løsning.

Undervisningsministeriet

NORDISK MILJØMÆRKNING
TRYKSAG
541 176